

1. Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 13$ di titik yang berabsis -1 adalah
 - a. $3x - 2y - 3 = 0$
 - b. $3x - 2y - 5 = 0$
 - c. $3x + 2y - 9 = 0$
 - d. $3x + 2y + 9 = 0$
 - e. $3x + 2y + 5 = 0$

2. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 7 = 0$ di titik yang berabsis 5 adalah
 - a. $4x - y - 18 = 0$
 - b. $4x - y + 4 = 0$
 - c. $4x - y + 10 = 0$
 - d. $4x + y - 4 = 0$
 - e. $4x + y - 15 = 0$

3. Persamaan lingkaran yang pusatnya terletak pada garis $2x - 4y - 4 = 0$, serta menyinggung sumbu x negatif dan sumbu y negatif adalah
 - a. $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$
 - b. $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 8 = 0$
 - c. $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 4 = 0$
 - d. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$
 - e. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 4 = 0$

4. Persamaan garis lingkaran yang berpusat di $(1, 4)$ dan menyinggung garis $3x - 4y - 2 = 0$ adalah
 - a. $x^2 + y^2 + 3x - 4y - 2 = 0$
 - b. $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$
 - c. $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 8 = 0$
 - d. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$
 - e. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 16 = 0$

5. Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ yang tegak lurus garis $2y - x + 3 = 0$ adalah....
 - a. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\sqrt{5}$
 - b. $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\sqrt{5}$
 - c. $y = 2x - 5\sqrt{5}$
 - d. $y = -2x + 5\sqrt{5}$
 - e. $y = 2x + 5\sqrt{5}$

6. Persamaan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ di titik P (5, 3) adalah
- $3x - 4y + 27 = 0$
 - $3x + 4y - 27 = 0$
 - $3x + 4y - 7 = 0$
 - $7x + 4y - 17 = 0$
 - $7x + 4y - 7 = 0$
7. Jarak antara titik pusat lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$ dari sumbu y adalah
- 3
 - $2 \frac{1}{2}$
 - 2
 - $1 \frac{1}{2}$
 - 1
8. Diketahui lingkaran $2x^2 + 2y^2 - 4x + 3y - 30 = 0$ melalui titik (- 2, 1). Persamaan lingkaran yang sepusat tetapi panjang jari - jarinya dua kali panjang jari - jari lingkaran tadi adalah
- $x^2 + y^2 - 4x + 12y + 90 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x + 12y - 90 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 90 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 90 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 90 = 0$
9. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 13$ yang melalui titik (3,-2) adalah
- $3x - 2y = 13$
 - $3x - 2y = -13$
 - $2x - 3y = 13$
 - $2x - 3y = -13$
 - $3x + 2y = 13$
10. Salah satu persamaan garis singgung dari titik (0, 4) pada lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ adalah
- $y = x + 4$
 - $y = 2x + 4$
 - $y = -x + 4$
 - $y = -\sqrt{3}x + 4$
 - $y = -\sqrt{2}x + 4$

11. Garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ di titik $(-3, 4)$ menyinggung lingkaran dengan pusat $(10, 5)$ dan jari - jari r . Nilai $r = \dots$
- a. 3
 - b. 5
 - c. 7
 - d. 9
 - e. 11

Pembahasan:

1. Jawab: D

Persamaan garis singgung melalui titik $(-1, y)$, sehingga y harus dicari lebih dahulu.

$$\text{Rumus: } (x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$$

Mencari ordinat (y):

$$\begin{aligned}(-1 - 2)^2 + (y + 1)^2 &= 13 \\ 9 + (y + 1)^2 &= 13 \\ (y + 1)^2 &= 4 \\ y + 1 &= \pm 2 \\ y &= -1 \pm 2 \\ y_1 &= -1 - 2 = -3 \\ y_2 &= -1 + 2 = 1\end{aligned}$$

Titik singgung: $(-1, -3)$ dan $(-1, 1)$

Mencari garis singgung dari titik $(-1, -3)$:

$$\begin{aligned}(x - 2)(-1 - 2) + (y + 1)(-3 + 1) &= 13 \\ -3x + 6 - 2y - 2 &= 13 \\ 3x + 2y + 9 &= 0\end{aligned}$$

Mencari garis singgung dari titik $(-1, 1)$:

$$\begin{aligned}(x - 2)(-1 - 2) + (y + 1)(1 + 1) &= 13 \\ -3x + 6 + 2y + 2 &= 13 \\ 3x - 2y + 5 &= 0\end{aligned}$$

2. Jawab: A

Persamaan garis singgung melalui titik $(5, y)$, sehingga y harus dicari lebih dahulu.

$$\text{Rumus: } xx_1 + yy_1 + \frac{1}{2}A(x + x_1) + \frac{1}{2}B(y + y_1) + C = 0$$

Mencari ordinat (y):

$$\begin{aligned}5^2 + y^2 - 2(5) - 6y - 7 &= 0 \\ 25 + y^2 - 10 - 6y - 7 &= 0 \\ y^2 - 6y + 8 &= 0 \\ (y - 2)(y - 4) &= 0 \\ y_1 = 2 \text{ dan } y_2 = 4\end{aligned}$$

Titik singgung $(5, 2)$ dan $(5, 4)$

Mencari garis singgung dari titik $(5, 2)$:

$$\begin{aligned}5x + 2y + \frac{1}{2}(-2)(x + 5) + \frac{1}{2}(-6)(y + 2) + C &= 0 \\ 5x + 2y - x - 5 - 3y - 6 - 7 &= 0 \\ 4x - y - 18 &= 0\end{aligned}$$

Mencari garis singgung dari titik (5, 4):

$$\begin{aligned}5x + 2y + \frac{1}{2}(-2)(x + 5) + \frac{1}{2}(-6)(y + 4) + C &= 0 \\5x + 2y - x - 5 - 3y - 12 - 7 &= 0 \\4x - y - 24 &= 0\end{aligned}$$

3. Jawab: A

... **menyinggung sumbu x negatif dan sumbu y negatif** ...

→ artinya lingkaran terletak di kuadran III dan $x = y$

Mencari Pusat dan Jari-jari Lingkaran:

$$\begin{aligned}x = y \rightarrow 2(y) - 4y - 4 &= 0 \\-2y &= 4 \\y &= -2 \\x &= -2\end{aligned}$$

Pusat lingkaran (-2, -2) ; Jari-jari = 2

Persamaan Lingkaran:

$$\begin{aligned}(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 &= r^2 \\(x + 2)^2 + (y + 2)^2 &= 2^2 \\x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 &= 0\end{aligned}$$

4. Jawab: D

$$3x - 4y - 2 = 0 \rightarrow a = 3 ; b = -4 ; c = -2$$

$$\text{Pusat } (1, 4) \rightarrow x_1 = 1 ; y_1 = 4$$

Mencari jari-jari dengan persamaan jarak titik ke garis (titik pusat ke garis singgung):

$$d = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| = \left| \frac{3(1) - 4(4) - 2}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} \right| = 3$$

$$\text{Jari-jari } (r) = 3$$

Persamaan lingkaran dengan pusat (1, 4) dan jari-jari 3:

$$\begin{aligned}(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 &= r^2 \\(x - 1)^2 + (y - 4)^2 &= 3^2 \\x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 &= 0\end{aligned}$$

5. Jawab: D

Mencari gradien dari garis:

$$2y = x - 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1 \frac{1}{2} \rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Garis singgung lingkaran tegak lurus} \rightarrow m_2 = -2$$

$$\text{Jari-jari lingkaran (r)} = 5$$

Persamaan garis singgung lingkaran dengan gradien tertentu:

$$y = mx \pm r \sqrt{m^2 + 1}$$

$$y = -2x \pm 5 \sqrt{(-2)^2 + 1}$$

$$y_1 = -2x + 5\sqrt{5} \quad \text{atau} \quad y_2 = -2x - 5\sqrt{5}$$

6. Jawab: B

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0 \rightarrow A = -4 ; B = 2 ; C = -20$$

Garis singgung lingkaran di titik (5, 3):

$$xx_1 + yy_1 + \frac{1}{2}A(x + x_1) + \frac{1}{2}B(y + y_1) + C = 0$$

$$5x + 3y + \frac{1}{2}(-4)(x + 5) + \frac{1}{2}(2)(y + 3) - 20 = 0$$

$$5x + 3y - 2x - 10 + y + 3 - 20 = 0$$

$$3x + 4y - 27 = 0$$

7. Jawab: C

$$x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow A = -4 ; B = 0 ; C = 4$$

$$\text{Pusat lingkaran} = (-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B)$$

$$= (-\frac{1}{2} \cdot -4, -\frac{1}{2} \cdot 0)$$

$$= (2, 0)$$

Jarak titik pusat ke sumbu $y = 2$

8. Jawab: C

Mencari p, substitusikan (-2, 1) ke persamaan lingkaran:

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 3py - 30 = 0$$

$$2(-2)^2 + 2(1)^2 - 4(-2) + 3p(1) - 30 = 0$$

$$8 + 2 + 8 + 3p - 30 = 0$$

$$3p - 12 = 0$$

$$3p = 12$$

$$p = 4$$

Persamaan lingkaran:

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 12y - 30 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0 \rightarrow A = -2 ; B = 6 ; C = -15$$

Jari-jari lingkaran:

$$r = \sqrt{\frac{1}{4} A^2 + \frac{1}{4} B^2 - C} = \sqrt{\frac{1}{4} (-2)^2 + \frac{1}{4} (6)^2 - (-15)} = 5$$

Pusat lingkaran = $(-\frac{1}{2} A, -\frac{1}{2} B)$

$$= (-\frac{1}{2} \cdot -2, -\frac{1}{2} \cdot 6)$$

$$= (1, -3)$$

Persamaan lingkaran dengan pusat $(1, -3)$ dan jari-jari 10:

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 100$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 - 100 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 90 = 0$$

9. Jawab: A

Garis singgung pada lingkaran yang melalui $(3, -2)$:

$$xx_1 + yy_1 = r^2$$

$$3x - 2y = 13$$

10. Jawab: D

Tidak seperti nomor 9 karena:

$$0^2 + 4^2 > 4$$

Artinya titik tersebut ada di luar lingkaran

Mencari garis singgung melalui titik di luar lingkaran:

1) Misalkan gradien garis singgung $\rightarrow y = mx - mx_1 + y_1$

2) Substitusikan y pada nomor 1 ke persamaan lingkaran

3) Diskriminan gabungan = 0, sehingga didapat nilai m

4) Substitusikan m ke persamaan nomor 1 sehingga diperoleh persamaan garis

Memisalkan garis singgung yang melalui $(0, 4)$:

$$y = mx - m(0) + 4$$

$$y = mx + 4$$

Mensubstitusikan y pada persamaan lingkaran:

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + (mx + 4)^2 = 4$$

$$x^2 + m^2x^2 + 8mx + 16 = 4$$

$$(1 + m^2)x^2 + 8mx + 12 = 0$$

Mencari nilai m dari $D = 0$:

$$D = b^2 - 4ac$$

$$0 = (8m)^2 - 4(1 + m^2)(12)$$

$$0 = 64m^2 - 48 - 48m^2$$

$$16m^2 = 48$$

$$m^2 = 3$$

$$m = \pm \sqrt{3}$$

Mensubstitusikan m ke persamaan garis:

$$m = \pm \sqrt{3} \rightarrow y = \pm \sqrt{3}x + 4$$

$$y_1 = \sqrt{3}x + 4 \text{ atau } y_2 = -\sqrt{3}x + 4$$

11. Jawab:C

Garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ di titik $(-3, 4)$:

$$xx_1 + yy_1 = r^2$$

$$-3x + 4y = 25$$

Jari-jari lingkaran dengan pusat $(10, 5)$ yang juga menyinggung garis $-3x + 4y = 25$:

$$a = -3 ; b = 4 ; c = -25$$

$$d = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| = \left| \frac{-3(10) + 4(5) - 25}{\sqrt{(-3)^2 + (4)^2}} \right| = 7$$
